

## 算例 2-010

### 壳 – 柱面承受内部压力

#### 问题描述



本例中，分析一个柱面承受内部压力荷载。径向朝外位移、柱面顶竖向位移和  $\sigma_{11}$  应力结果与基于文献 Roark and Young 1975 中给出公式手算结果对比。

柱面高 200 in、半径 60in、厚度 1 in。

整个柱面内表面施加径向均布荷载  $1 \text{ k/in}^2$ 。

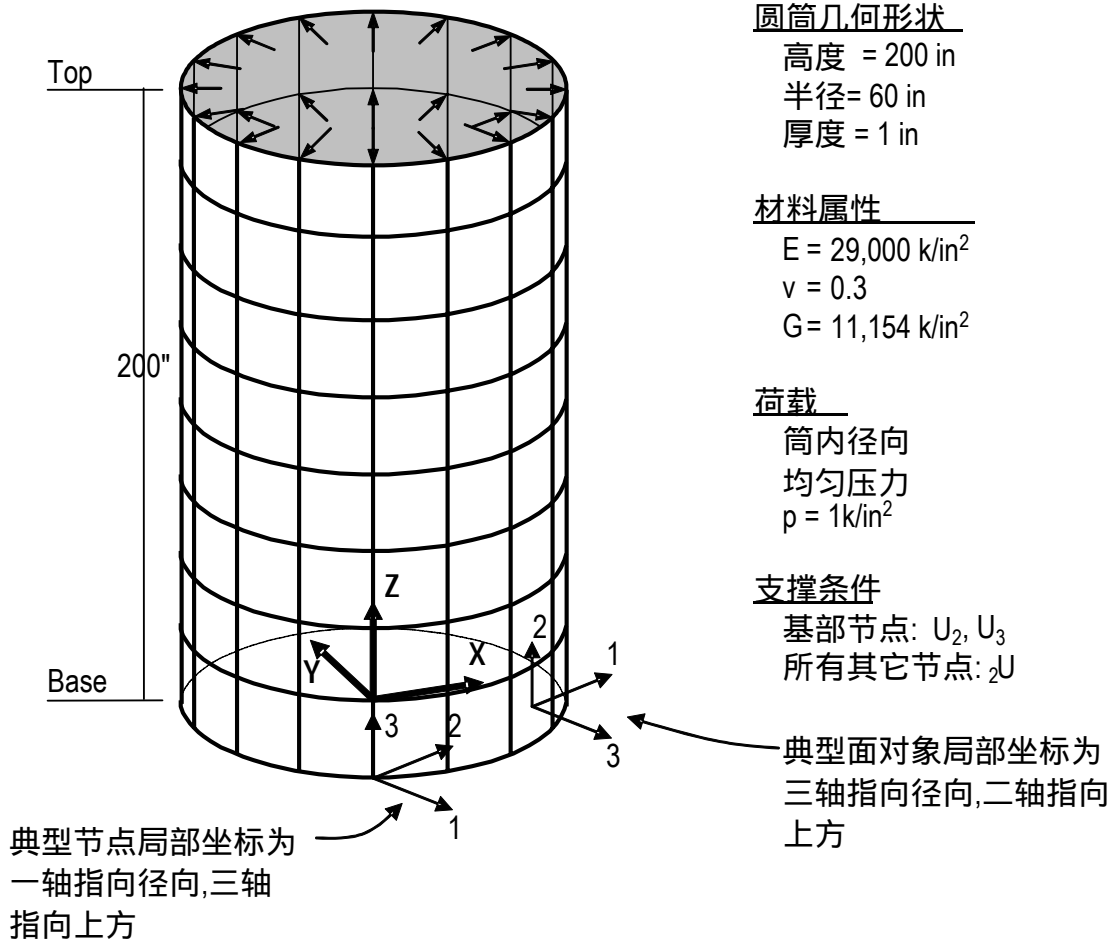
所有节点的局部坐标朝向为 1 轴径向朝外、3 轴向上。柱底的节点在局部 2 和 3 方向约束平动。所有其它节点在局部 2 方向约束平动。

所有面对象（壳）的局部轴方向为 3 轴径向朝外、2 轴向上。

分析中使用两个不同模型。除了壳单元的网格划分，这两个模型是一样的。模型 A 使用  $8 \times 16$  划分（高  $\times$  径向），模型 B 使用  $24 \times 48$  划分。

PROGRAM NAME: SAP2000  
REVISION NO.: 0

## 几何，属性和荷载



## SAP2000 测试的技术特点

- 用壳单元进行三维分析
- 壳单元施加表面荷载
- 节点局部坐标轴

## 结果比较

手算结果使用参考文献 Roark and Young 1975 中 448 页表 29 所示的公式 1b。SAP2000 结果对薄板和厚板选项分别表示。

### 薄板选项

输出参数	模型和 网格划分	SAP2000	手算解	差别
U <sub>1</sub> (在任何节点) in	A 8 x 16	0.12175	0.12414	-1.9%
	B 24 x 48	0.12387		-0.2%
U <sub>3</sub> (在顶节点) in	A 8 x 16	-0.12175	-0.12414	-1.9%
	B 24 x 48	-0.12387		-0.2%
$\sigma_{11}$ (任意位置) k/in <sup>2</sup>	A 8 x 16	58.85	60	-1.9%
	B 24 x 48	59.87		-0.2%

### 厚板选项

输出参数	模型和 网格划分	SAP2000	手算解	差别
U <sub>1</sub> (在任意节点) in	A 8 x 16	0.12175	0.12414	-1.9%
	B 24 x 48	0.12387		-0.2%
U <sub>3</sub> (在顶节点) in	A 8 x 16	-0.12175	-0.12414	-1.9%
	B 24 x 48	-0.12387		-0.2%
$\sigma_{11}$ (任意位置) k/in <sup>2</sup>	A 8 x 16	58.85	60	-1.9%
	B 24 x 48	59.87		-0.2%

文件: Example 2-010a-thick, Example 2-010a-thin,  
Example 2-010b-thick, Example 2-010b-thin

## 结论

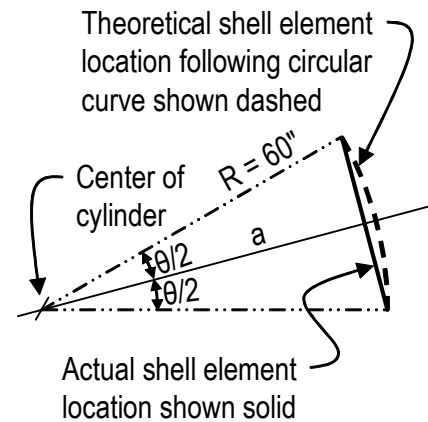
SAP2000 结果显示对薄板和厚板选项与手算解比较是可以接受的。增加网格划分改进结果比较。

对 8x16 剖分百分误差为 1.9%，对 24x48 剖分相差 0.2%。可以显示 SAP2000 结果和手算解与模型近似真实圆柱面的程度有关。用 8x16 剖分，柱截面是八面体而不是圆。

右面的图显示一个单独壳单元的平面。柱面的半径  $R$ ，从柱的中心到壳单元的中心距离  $a$ 。从柱面中心到壳单元的**理论**中心（位于虚线弧形上）等于半径  $R$ 。因此壳单元中心位置的误差可以用

下式确定：

$$a = R \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = 60 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$



Plan View

$$\text{百分误差} = \frac{R - a}{R} * 100 = \frac{60 - 60 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{60} * 100 = 100 \left(1 - \cos \frac{\theta}{2}\right)$$

对模型 A 和 B 用上式计算的百分误差显示在下表中：

## Software Verification

PROGRAM NAME: SAP2000  
REVISION NO.: 0

模型和剖分	$\theta$ (度)	a (in)	百分误差
<b>A</b> 8 x 16	22.5	22.5	1.9%
<b>B</b> 24 x 48	7.5	7.5	0.2%

上面表中显示壳单元的中心位置的百分误差与前面分析结果误差一致。

## 手算

Reference: Roark and Young 1975  
Table 29, Item 1b, page 448

$$\Delta R = \frac{q R^2}{E t}$$

$$\Delta z = \frac{q R y z}{E t}$$

$$S_{11} = \frac{q R}{t}$$

$$\Delta R = \frac{q R^2}{E t} = \frac{1 \times 60^2}{29000 \times 1} = \underline{\underline{0.12414 \text{ in}}} \rightarrow$$

$$\Delta z \text{ at top} = \frac{q R y z}{E t} = \frac{1 \times 60 \times 0.3 \times 200}{29000 \times 1}$$

$$\Delta z \text{ at top} = \underline{\underline{0.12414 \text{ in}}} \downarrow$$

$$S_{11} = \frac{q R}{t} = \frac{1 \times 60}{1} = \underline{\underline{60 \frac{\text{kip}}{\text{in}^2}}}$$